**Tema 5.2 Prueba de hipótesis para dos medias con muestras pequeñas con varianzas iguales pero desconocidas.**

**Ejemplo 1.** Se aplicaron dos métodos para enseñar a leer a dos grupos de niños de la escuela primaria y se hizo una comparación basada en una prueba de comprensión de lectura al final del periodo de enseñanza. En la siguiente tabla se ofrecen los resultados

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | Método 1 | Método 2 |
| Número de niños en el grupo |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |

Si los datos se obtuvieron a partir de poblaciones aproximadamente normales con varianzas desconocidas pero iguales, (a)¿presentan los datos suficiente evidencia que indique una diferencia en los resultados promedio para las poblaciones asociadas a los dos métodos de enseñanza? ¿Cuál es su conclusión a un nivel de significancia de . Utilice el estadístico

donde

y es la varianza de los resultados cuando se emplea el método 1 y es la varianza de los resultados cuando se emplea el método 2.

(b)También utilice la fórmula

para formar un intervalo de confianza con un nivel de confianza del 95%, donde

el número que deja en la cola derecha

de una distribución con grados de libertad

un área de

**Solución.** Para (a)

**Paso 1. Formular la hipótesis nula y alterna.**

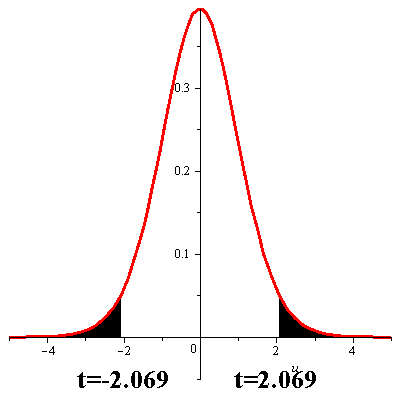
**Paso 2. Evaluar el estadístico.**

**Paso 3. Formar la región critica.** Como la hipótesis alterna es con la prueba es de 2 colas, la región crítica está formada por las dos colas de una distribución con grados de libertad. La cola izquierda está limitada por el número y la cola derecha está limitada por el número . El número se obtiene de la ecuación

Entonces el número es el que deja en la cola derecha de la distribución con grados de libertad un área de . Este número es , el cual lo obtenemos de las tablas que vienen al final. En el primer renglón horizontal buscamos 0.025, mientras que en el vertical buscamos los grados de libertad

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |

Así la región crítica es la que está fuera del intervalo .



Viendo en que región queda el valor del estadístico podemos concluir que . . .

**Paso 4. Tomar una decisión.** Se acepta la hipótesis nula y podemos decir que los dos métodos de enseñanza son iguales.

Para (b) ya tenemos casi todos los datos con la tabla, sólo falta el número . El número lo obtenemos con el nivel de confianza que nos dan . La relación entre el nivel de confianza y es

Pero este número es el que precisamente obtuvimos en (a), entonces sólo hay que sustituir valores en la fórmula del intervalo de confianza. Así el intervalo es:

o

**Ejercicios.**

1. El CI(coeficiente de inteligencia) de 16 estudiantes de un área de la ciudad mostró una media de 107 con una desviación estándar de 10, mientras que el CI de 14 estudiantes de otra área de la ciudad mostró un promedio de de 112 con una desviación estándar de 8. Si los datos se obtuvieron a partir de poblaciones aproximadamente normales con varianzas desconocidas pero iguales, ¿hay alguna diferencia significativa entre el CI de los dos grupos con un nivel de significancia de (a) 0.01, (b) 0.05. Forme también intervalos de confianza con un nivel del (c) 99%, (d) 95%,
2. En una estación agrícola se quiere probar el efecto de un fertilizante sobre la producción de trigo. Para hacer esto se seleccionan 24 parcelas de tierra de áreas iguales. La mitad se trata con fertilizante y la otra mitad no; las condiciones de las parcelas son las mismas. La producción promedio de trigo de las parcelas sin fertilizante fue de 4.8 toneladas con desviación estándar de 0.40 toneladas, mientras que la producción media de las parcelas con fertilizante fue de 5.1 toneladas con desviación estándar de 0.36 toneladas. Si los datos se obtuvieron a partir de poblaciones aproximadamente normales con varianzas desconocidas pero iguales, ¿podemos concluir que hay una mejora significativa en la producción de trigo debida al fertilizante si se usan niveles de significancia de (a) 1%,(b) 5%? También forme intervalos de confianza con un nivel del (c) 98%, (d) 90%.

**Ayuda:** utilizar una prueba de una cola.

1. En una evaluación psicológica, 12 estudiantes de una clase obtuvieron una nota promedio de 78, con una desviación estándar de 6, mientras que 15 estudiantes de otra clase obtuvieron una nota promedio de 74, con una desviación estándar de 8. Si los datos se obtuvieron a partir de poblaciones aproximadamente normales con varianzas desconocidas pero iguales, a) con un nivel de significancia de 0.05 determine si el primer grupo es superior al segundo. b) forme también un intervalo de confianza con un nivel del 90%.

**Ayuda:** Es necesario hacer una prueba de una cola.

Tablas de la distribución t de Student.

